

# Inversas de grupo por doquier \*

Á. Carmona, A. M. Encinas, M.J. Jiménez, E. Monsó

Departament de Matemàtiques/UPC

May 30, 2023

## Abstract

La función de Green es una poderosa herramienta para resolver problemas de valor en la frontera: ecuaciones diferenciales ordinarias y/o ecuaciones diferenciales en derivadas parciales con condiciones añadidas a satisfacer en el contorno de un dominio (continuo o discreto). Fueron introducidas en el trabajo de George Green (*An Essay on the Application of Mathematical Analysis to the Theories of Electricity and Magnetism*, 1828) simultáneamente con otros varios conceptos considerados hoy en día asimismo como cruciales (una primitiva versión del famoso teorema de Green o la idea de función potencial).

La función de Green es el núcleo que resuelve los problemas planteados en términos del operador de Laplace y otros operadores elípticos. Concretamente, y en el marco discreto, cuando se consideran como dominio a redes pesadas, los núcleos se pueden considerar matrices  $y$ , por lo tanto, la función de Green coincide con la matriz inversa de grupo (en el caso singular) o la matriz inversa (en el caso no singular) de la matriz laplaciana (o análogas). Por lo tanto, es crucial conocer tanto las propiedades como las expresiones de las funciones de Green para comprender adecuadamente la solución de los diferentes problemas planteados. En el entorno de las redes estos son muy diversos y variados, apareciendo las funciones de Green en relación con el cálculo vectorial discreto, los caminos aleatorios, las cadenas de Markov, el aprendizaje automático, el tratamiento digital de imágenes, etc.

Aprovecharemos nuestra presentación para reivindicar la figura poco reconocida de George Green y revisar algunas de las principales propiedades y bondades de las funciones de Green.

---

\*Este trabajo ha sido parcialmente subvencionado por el Ministerio de Ciencia e Innovación bajo el proyecto PID2021-122501NB-I00 y por la Universitat Politècnica de Catalunya con la ayuda AGRUPS-2022.